

修形斜齿轮的承载接触分析*

西北工业大学 方宗德**

【摘要】提出了一种斜齿轮承载接触分析(LTCA)的方法。这一方法包括了齿间间隙、齿面间隙、误差、轮齿变形、支撑变形等多种因素的影响,可以编制成高仿真度的计算机软件。这一方法还可通过对单齿对的几何和力学计算,进行多对齿啮合的接触分析,并且采用有限元素柔度系数法计算轮齿变形,极大地节约计算工作量。

主题词: 斜齿轮 承载 接触问题

分类号: O 343. 3

1 前言

齿轮轮齿承载接触分析LTCA技术已与齿轮修形设计结合在一起,研究修形条件下的轮齿承载啮合情况,以寻求最佳的齿面修形设计^[1,2]。作者也曾以有限元法为工具,研究了斜齿轮修形的设计和修形对齿面载荷分布的影响^[3,4]。但这些研究中均存在有相同的问题,即几何分析工作的不足,未能提供在不同误差条件下的精确的齿面几何状况,以至于研究工作局限于理论的非误差的工作条件,不能满足高可靠性要求的重要齿轮设计。因此,作者应用Litvin教授的轮齿接触分析理论^[5],对有多种修形的斜齿轮在误差条件下的齿面几何及啮合状况作了全面的研究^[6],提供了精确的几何分析数据。在此基础上,作者进一步提出采用有限元方法和非线性数学规划方法的轮齿承载接触分析,提供了斜齿轮在修形和误差条件下,相应于不同传递载荷的齿面载荷分布和传动误差,为进一步的强度和振动分析创造了条件。

2 空载时的传动误差及齿面接触间隙

作者曾获得了被计算的斜齿轮副在啮合路径每一瞬时接触点上的主、被动齿轮转角 φ_1 、 φ_2 以及传动误差 $\delta\varphi$ (见文献[6]之公式(10))。这一角度传动误差可以转换为齿面法向的线位移, $\delta t = r_{b2} \delta\varphi \cos \beta_{b0}$ 。式中, r_{b2} 和 β_{b0} 分别为被动齿轮的基圆半径和基圆螺旋角。图1所示为传动误差 δt 的图形。由于齿面修形和误差等原因,在任一啮合位置(相应于某一瞬时接触点) φ_0 ,造成了齿轮副的非共轭,即同时啮合的相邻两对齿具有不同的传动误差 δ_{t1} 和 δ_{t2} ,这是决定齿间载荷分配的主要因素。

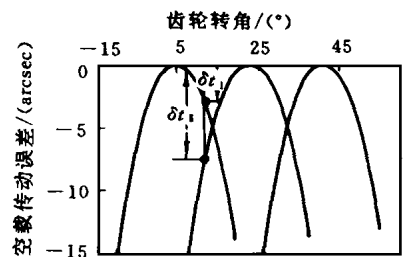


图1 齿轮副空载时传动误差

由于误差和修形的存在,斜齿轮副都是点接触的。但是,这类点接触齿轮在承载后,仍与线接触十分近似,即瞬时接触椭圆的长轴远远大于短轴。因此,在考虑齿面载荷分布时,可以只考虑载荷沿长轴的分布。由于修形斜齿轮的点接触特性,则在承载的起始时刻,两齿面仅在某一瞬时接触点 M 接触,沿 M 的主方向,即瞬时接触椭圆的长轴方向上,其它离散点都存在齿面间隙,这一间隙影响了载荷在齿面上分布的形状(见图2)。从斜齿轮TCA中,已获得了修形齿面在任意安装误差条件下的真实形状与相对位置。图2中 M_0 是瞬时接触点, $\vec{n}_f$ 是单位公法线, M 是沿主方向(长轴)上的任一离散点,在固定座标系 S_f 中 M_0 的矢径 $\vec{r}_f^{(M_0)}$ 已经确定,从 M_0 到 M 的矢径 $\Delta\vec{S}$ 由主方向和离散点选取密度决定,则 M 在 S_f 中的矢径可以确定为:

$$\vec{r}_f^{(M)} = (x_M, y_M, z_M)^T = \vec{r}_f^{(M_0)} + \Delta\vec{S} \quad (1)$$

过 M 作齿面法线 $\vec{n}_f$ 的平行线,分别交齿面 Σ_1 和 Σ_2 于 M_1 和 M_2 ,则 $|M_1M_2|$ 就是瞬时接触点 M 主方向上某离散点 M 处的齿面间隙。由TCA已知 Σ_1 在 M_0 接触时的齿面为 $\vec{r}_f(u_1, \theta, \varphi)$,式中 φ 为齿轮转角,此时为定值, u_1 和 θ 是齿面参数,由这两个参数来确定 M_1 的座标:

$$\vec{r}_f^{(M_1)} = [x_M(u_1, \theta), y_M(u_1, \theta), z_M(u_1, \theta)]^T \quad (2)$$

由于 $M_1M_2 \parallel \vec{n}_f$,因此有:

$$\begin{aligned} [x_{M_1}(u_1, \theta) - x_M] \cdot n_y &= [y_{M_1}(u_1, \theta) - y_M] \cdot n_x \\ [x_{M_1}(u_1, \theta) - x_M] \cdot n_z &= [z_{M_1}(u_1, \theta) - z_M] \cdot n_x \end{aligned} \quad (3)$$

式中 n_x 、 n_y 和 n_z 是 $\vec{n}_f$ 的3个分量。解二元非线性方程组(3),即可获得 u_1, θ ,进而确定 $\vec{r}_f^{(M_1)}$ 。用同样的方法可求出 $\vec{r}_f^{(M_2)}$,得到齿面间隙 $b_M = |M_1M_2|$ 。

3 多对齿的同时啮合及齿面柔度系数

斜齿轮副的实际重合度小于理论重合度,而随载荷增大,实际重合度将逐渐逼近理论重合度。但在任何时候,斜齿轮副的实际重合度都应大于1,即存在多对齿同时啮合,分担齿轮传动中的总载荷。因此,在承载接触分析中必须考虑相邻多对齿的几何和力学性质,即对相邻多对齿进行TCA和有限元轮齿变形计算,工作量很大。假定轮齿上每一点的几何和力学性质都是按轮齿完全重复的,而且在TCA计算中主动轮的转角步长(选取值) φ 满足下列条件:

$$\varphi_s = 2\pi/(N-1)K \quad (4)$$

式中 K 是正整数,即每啮合周期所需计算的接触位置数。在连续传动中,按(4)式产生的齿面瞬时接触点也是按轮齿完全重复的。图3所示,是某一斜齿轮副取 $K=5$ 时由TCA计算得到的齿面啮合印痕。若此时被分析齿对在第7点接触,则同时该齿对的前一齿对与后一齿对分别在本身齿对的第2和第12点接触。由于前述假定,相邻第1、2、3对齿上分别

图3 由TCA得到的齿面接触印痕

为第2、7、12序号的接触点,可在同一齿对上进行TCA和有限元变形计算,大大节约了计算工作量。

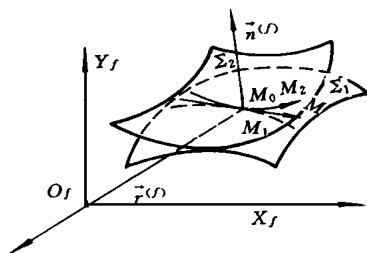


图2 齿面接触的主方向和间隙

齿面接触状况的另一个重要影响因素,是齿面柔度。在不考虑齿面摩擦的情况下,假设沿齿面瞬时接触点主方向同时作用几个法向载荷 $p_1 \cdots p_n$,则第 i 个载荷点产生的法向位移为:

$$D_i = \sum_{j=1}^n p_j f_{ji} \quad (5)$$

式中 f_{ji} 称为柔度系数,其定义是当齿面 j 点作用一单位法向力时, i 点产生的法向位移,本文假定相邻齿之间无相互作用。作者采用了 20 结点等叁元三维有限元法来计算柔度系数,首先计算齿面上单元网格结点处的柔度系数,然后采用多元插值方法计算各瞬时接触点主方向上全部离散点的柔度系数。这样,同一几何参数的齿轮副只需进行一次有限元计算,将得到的网格结点柔度系数存储起来,对于不同修形、不同误差、不同载荷的情况,齿面啮合印痕发生改变,只需重新插值来获得各瞬时长轴离散点上的柔度系数,计算工作量又得到极大的节省。

4 LTCA 的模型、算例及计算结果分析

图 4 所示是 LTCA 的计算模型,假设此时有两对齿 I 和 II 可能同时接触。图中接触曲线表示齿面沿主方向(长轴)的横截面,每一齿对上的 i 表示瞬时接触点(接触椭圆中心), j 表示沿主方向上的离散点, w 表示接触前初始间距。由图 4 可见, w 包括了式(2)解出的侧隙 δt 和由式(3)解出的接触点外的间隙 b_{m0} 。 d 是接触变形后最终间距, p 是主方向各离散点的支反力, P 是总法向载荷, Z 是刚体接近量。在 i 点, $w_i = \delta t$,即该齿对的传动误差;在 j 点, $w_j = \delta t + b_j$, b_j 是 j 点的齿面间隙。

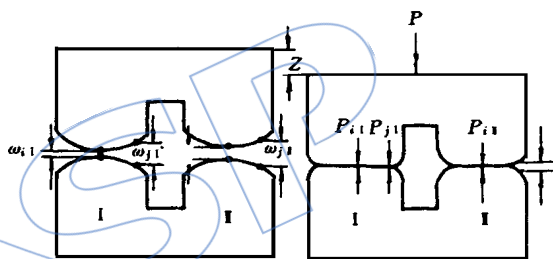


图 4 LTCA 的计算模型

齿面的接触可由下式描述:

$$\begin{cases} f_{iI} p_{iI} + f_{jI} p_{jI} + w_{iI} = Z + d_{iI} \\ f_{iII} p_{iII} + f_{jII} p_{jII} + w_{iII} = Z + d_{iII} \\ \sum_{l=i,j} (p_{iI} + p_{iII}) = P \\ \text{IF } p_{sl} \geq 0, \text{ THEN } d_{sl} = 0 \\ \text{IF } p_{sl} = 0, \text{ THEN } d_{sl} > 0 \end{cases} \quad (l = i, j) \quad (6)$$

上式是由已知参数 f 、 P 、 w 和未知参数 p 、 d 、 Z 组成的一个非线性规划,用一种改进的正规形方法可以解出^[4]。根据需要可在每一瞬时接触点的主方向上取足够多的离散点,解出结果 p 表示齿面载荷分布, Z 表示这一接触位置上载荷 P 作用下的线位移传动误差,可按本文第 2 节中的公式转换为角度传动误差

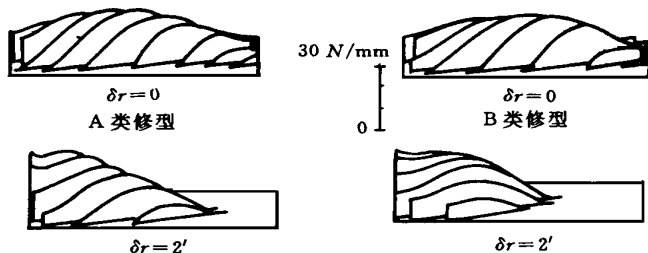


图 5 斜齿轮齿面载荷分布

$\delta\Omega$ 。顺序进行一个啮合周期中按(4)式所示步长划分的每一接触位置上的 $L TCA$,即可得到这一齿轮副的全部承载啮合过程。对于轴、轴承和箱体等支撑变形的影响,可将由此引起的齿轮空间位置的变化代入 TCA 程序重新计算,并进行此工况下的 $L TCA$ 。

上述全部 TCA 和 $L TCA$ 计算过程已编制成微机软件,并以一对修形斜齿轮为例,进行了不同误差、不同修形和不同载荷的 TCA 与 $L TCA$ 计算。这对齿轮的几何参数:主动及被动齿轮的齿数分别为20和40;模数均为 2.5 mm ;压力角与螺旋角均为 20° ;齿宽均为 30 mm 。修形参数的说明见文献[6]。

图5显示了这两种齿轮在无安装误差和轴线角度误差 $\delta r = 2'$ 时,输入扭矩 $100\text{ N}\cdot\text{m}$ 作用下的齿面载荷分布。图6是在输入扭矩分别为20、50和 $100\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的传动误差曲线。由图可见,CNC机床加工的齿面修形,对于纠正因安装误差引起的齿面偏载,改善齿面载荷分布和传动误差对安装误差的敏感性,具有良好的作用。

5 结 论

(1)提出了一种 $L TCA$ 的计算模型,包括了齿面几何、误差、轮齿变形及支撑变形等诸多因素的影响,尤其是有机地结合了精确的几何 TCA ,具有较高的仿真度。(2) $L TCA$ 方法可以通过对单齿的计算,进行多齿对的 $L TCA$;并只需一次柔度系数的有限元计算,可以进行多种不同误差、不同修形、不同载荷的 $L TCA$,极大地减少了计算工作量。(3)通过一对修形斜齿轮的 $L TCA$,显示了 $L TCA$ 方法的有效性和先进性,并且这一方法可推广到各种齿轮传动。

参 考 文 献

- 1 Simon V. Optimal Tooth Modification for Spur and Helical Gears Trans ASME J. Mech. Transm. Autom. Design, 1989, 111(4): 611- 615
- 2 Weck M. 3- D Tooth Flank Corrections- Improving the Bearing and Runing Behaviour of Gears Ind - Anz, 1987, 109 (11): 30- 31
- 3 方宗德 斜齿轮三维修形的优化设计. 机械工程学报, 1992, 28(6): 57- 61
- 4 方宗德 斜齿轮轮齿有限元网格的自动生成与接触计算. 机械科学与技术, 1993, 总(47): 25- 29
- 5 Litvin F L. Gear Geometry and Applied Theory. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ 07632, U SA, 1994: 258- 281
- 6 方宗德 修形斜齿轮的轮齿接触分析. 航空动力学报, 1997, 12(3)

(责任编辑 王震华)

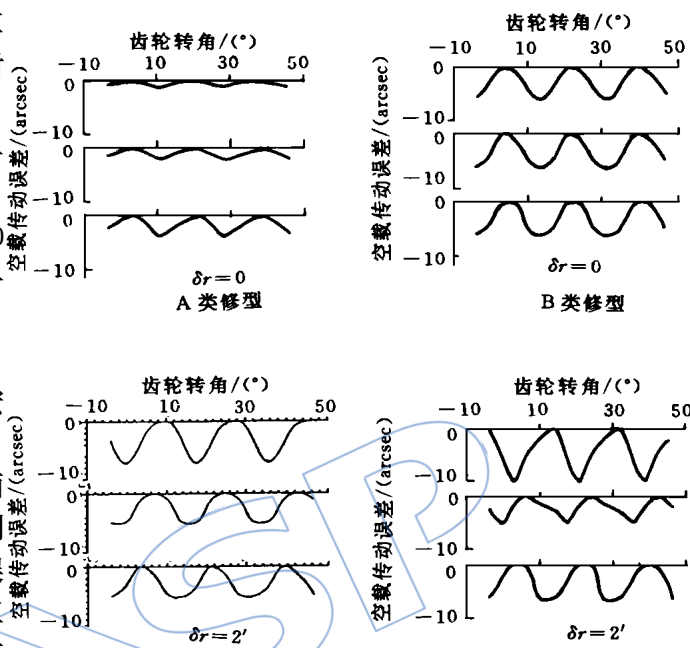


图6 斜齿轮承载传动误差

is employed to calculate thermal bending vibration response. These methods are verified by thermal bending tests. In general, this numerical method is simple and applicable to the thermal bending analyses and investigation of its influence on aircraft engine.

Key Words Temperature field Deformation Finite element methods

TOOTH CONTACT ANALYSIS OF MODIFIED HELICAL GEARS

Fang Zongde

(10th Dept. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

ABSTRACT An approach for calculating tooth working-surface contact and tooth edge contact of modified helical gears is proposed. The generation of tooth surface and Tooth Contact Analysis (TCA) of the modified helical gears under various errors can be simulated on computer by the aid of this approach. Then, the tooth modification by changing tooth profile of rack-cutter and by CNC machine is considered. As an example, TCA on pair of modified helical gears is completed by using above mentioned approach, and the improvement for contact under errors is shown. This method can be used for modification of helical gears.

Key Words Helical gears Contact problems Simulation

LOADED TOOTH CONTACT ANALYSIS OF MODIFIED HELICAL GEARS

Fang Zongde

(10th Dept. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

ABSTRACT A simulation approach for loaded tooth contact analysis is presented. Deformation of the tooth, deflection of the supporting system, backlash between the teeth, gaps on points except temporary contact point, manufacturing and assembling errors are considered. In this procedure, the accurate geometry resulted from TCA is foundation of whole calculation, and the flexibility factor matrix by using finite element method is adopted. Besides, the non-linear contact analysis between multi-pairs of teeth can be done only through the mechanical and geometrical analyses of single-pair of teeth.

Key Words Helical gears Bearing capacity Contact problems

RESONANCE INTERFERENCE ANALYSIS AND RELIABILITY ASSESSMENT FOR A FAILED TURBINE BLADE

Ou Yangde, Fu Xiaoping, Song Zhaohong

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT A series of analyses for blades of second turbine in a given aero-engine have been accomplished such as vibration analysis, resonance analysis, modal stress analysis, and statistical analysis for the blade nature frequencies obtained in field and mass-production. The failures of the blades have been investigated by the synthesis of the obtained results and a resonance interference analysis. In result, the failure sources have been found